PHYSICS(R)

1. द्रव्यमान केन्द्र पर द्रव्यमान का होना आवश्यक नहीं है। अत: यह भी आवश्यक नहीं है कि द्रव्यमान केन्द्र वस्तु के अन्दर स्थित हो। सूर्य और पृथ्वी के निकाय की स्थिति में, द्रव्यमान केन्द्र निकाय के बाहर स्थित होता है। इसके अतिरिक्त केवल सममित वस्तुओं की स्थिति में, जिनमें कि द्रव्यमान का वितरण समांगी (homogeneous) होता है, द्रव्यमान केन्द्र, ज्यामितीय केन्द्र के सम्पाती होता है। अन्य स्थितियों में, ऐसा नहीं होगा।

2. कणों के किसी निकाय पर कार्यरत सभी बलों का परिणामी शून्य होता है। अत: उनका द्रव्यमान केन्द्र कणों पर क्रियाशील बलों पर निर्भर नहीं करता है।

3. किसी वस्तु का द्रव्यमान केन्द्र निर्देशांक तन्त्र के चयन पर निर्भर नहीं करता है। जैसे, किसी वलय का द्रव्यमान केन्द्र इसके केन्द्र पर होता है, चाहे निर्देशांक तन्त्र कोई भी हो।

4. यदि निर्देशांक तन्त्र का मूल बिन्दु द्रव्यमान केन्द्र पर स्थित है, तब— $\vec{R}_{CM} = 0$, जिसके परिणामस्वरूप

$$\sum_i m_i \vec{r}_i = 0 \qquad \left[\because \vec{R}_{CM} = \frac{\sum_i m_i \vec{r}_i}{\sum_i m_i} \right]$$

यहाँ, $m_i \vec{r}_i$; मूल बिन्दु अथवा द्रव्यमान केन्द्र के परित: जड़त्व-आघूर्ण को प्रदर्शित करता है।

5. हम जानते हैं कि,

$$\vec{R}_{CM} = \frac{\sum_i m_i \vec{r}_i}{\sum_i m_i} \text{ तथा } \vec{R}_{CG} = \frac{\sum_i m_i g_i \vec{r}_i}{\sum_i m_i g_i}$$

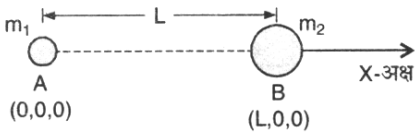
इसलिये यदि वस्तु एकसमान गुरुत्वीय क्षेत्र में स्थित है, अर्थात् g नियत है, तब गुरुत्व केन्द्र तथा द्रव्यमान केन्द्र सम्पाती होते हैं, अर्थात्

$$\vec{R}_{CG} = \frac{g \Sigma m_i \vec{r}_i}{g \Sigma m_i} = \frac{\Sigma m_i \vec{r}_i}{\Sigma m_i} = \vec{R}_{CM}$$

तब भी, चूँकि गुरुत्वीय बल ऊँचाई (altitude) के साथ घटता है तथा वस्तु का निचला भाग, ऊपरी भाग की तुलना में, पृथ्वी की सतह के थोड़ा निकट होता है, इसलिये गुरुत्व केन्द्र द्रव्यमान केन्द्र से थोड़ा नीचे होता है।

6. चूँकि घन एकसमान घनत्व की एक सममित वस्तु है, अत: द्रव्यमान केन्द्र घन के ज्यामितीय केन्द्र पर ही स्थित होगा।

7.



$$X_{CM} = \frac{m_1 \times 0 + m_2 L}{m_1 + m_2} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} L$$

$$Y_{CM} = \frac{m_1 \times 0 + m_2 \times 0}{m_1 + m_2} = 0$$

$$Z_{CM} = \frac{m_1 \times 0 + m_2 \times 0}{m_1 + m_2} = 0$$

अर्थात् , द्रव्यमान केन्द्र दोनों कणों को जोड़ने वाली रेखा पर आन्तरिक रूप से m_1 से $[m_2 L/(m_1 + m_2)]$ दूरी पर स्थित है।

8. जैसा कि उपरोक्त प्रश्न में देखा गया है, द्रव्यमान m_1 से द्रव्यमान केन्द्र की दूरी है,

$$X_{CM} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} L$$

अत:, m_2 से इसकी दूरी, $X'_{CM} = 1 - X_{CM} = \frac{m_1}{m_1 + m_2} L$

$$\frac{X_{CM}}{X'_{CM}} = \frac{m_2}{m_1}$$

माना $m_1 = M$; $m_2 = m$ तब $X_{CM} < X'_{CM}$

अर्थात्, M के सापेक्ष CM की दूरी < m के सापेक्ष CM की दूरी

अर्थात् ; द्रव्यमान केन्द्र M के निकट है।

[**नोट**–यहाँ निम्न बिन्दु ध्यान देने योग्य हैं]

(i) यदि $m_1 = m_2$, तब $X_{CM} = L/2$ अर्थात्, द्रव्यमान केन्द्र दोनों द्रव्यमानों को जोड़ने वाली रेखा के मध्य बिन्दु पर स्थित है।

(ii) चूँकि $X_{CM} = \frac{m_2 L}{m_1 + m_2}$

अर्थात् , $X_{CM}(m_1 + m_2) = m_2 L$

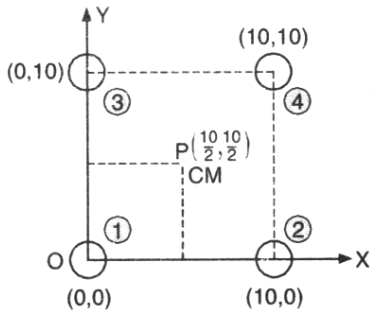
या $X_{CM} m_1 = m_2 (L - X_{CM})$

या $m_1 r_1 = m_2 r_2$

जहाँ $r_1 = X_{CM}$ तथा $r_1 + r_2 = L$

अर्थात् , द्रव्यमान केन्द्र के परित: द्रव्यमानों का आघूर्ण बराबर तथा द्रव्यमान केन्द्र भारी कण के निकट होता है अर्थात् , द्रव्यमान केन्द्र दो कणों को जोड़ने वाली रेखा को उनके द्रव्यमानों के व्युत्क्रम अनुपात में अन्त: विभाजित करता है।

9. द्रव्यमान केन्द्र दो विकर्णों के प्रतिच्छेद बिन्दु पर स्थित है। किसी भी गोले के केन्द्र से प्रतिच्छेद बिन्दु की दूरी $10/\sqrt{2}$ सेमी है।



[**नोट**– $X_{CM} = \frac{1\times0 + 1\times10 + 1\times0 + 1\times10}{1+1+1+1} = \frac{10}{2}$ सेमी

$$Y_{CM} = \frac{1\times0 + 1\times0 + 1\times10 + 1\times10}{1+1+1+1} = \frac{10}{2} \text{ सेमी}$$

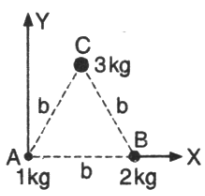
अत:

$$OP = \sqrt{X_{CM}^2 + Y_{CM}^2} = \sqrt{\left(\frac{10}{2}\right)^2 + \left(\frac{10}{2}\right)^2}$$

$$= \sqrt{2 \times \left(\frac{10}{2}\right)^2}$$

$$= \sqrt{2} \times \frac{10}{2} \text{ सेमी} = \frac{10}{\sqrt{2}} \text{ सेमी }]$$

10. बिन्दु A, B तथा C के निर्देशांक क्रमश: (0, 0, 0), (b, 0, 0) तथा $\left(\frac{b}{2}, \frac{b\sqrt{3}}{2}, 0\right)$ हैं। अब, चूँकि त्रिभुज ABC, x-y तल में स्थित है, अर्थात् सभी द्रव्यमानों का z-निर्देशांक शून्य है। इसलिये



$$Z_{CM} = 0$$

अब $X_{CM} = \frac{1\times0 + 2\times b + 3(b/2)}{1+2+3} = \frac{7b}{12}$

$$Y_{CM} = \frac{1\times0 + 2\times0 + 3\sqrt{3}(b/2)}{1+2+3} = \frac{3\sqrt{3}b}{12}$$

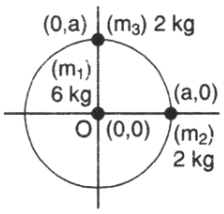
इसलिये, द्रव्यमान केन्द्र के निर्देशांक $\left[\frac{7b}{12}, \frac{3\sqrt{3}b}{12}, 0\right]$ हैं।

11. चित्र से स्पष्ट है कि द्रव्यमान केन्द्र C के निर्देशांक हैं—

$$X_{CM} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$= \frac{6\times 0 + 2\times a + 2\times 0}{6+2+2}$$

$$= \frac{a}{5}$$



$$Y_{CM} = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + m_3 y_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$= \frac{6\times 0 + 2\times 0 + 2\times a}{6+2+2} = \frac{a}{5}$$

$$\therefore \quad (X_{CM}, Y_{CM}) = \left(\frac{a}{5}, \frac{a}{5}\right)$$

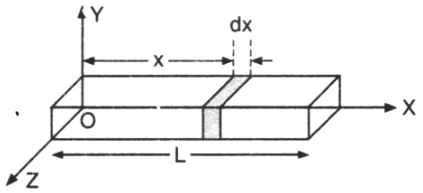
अत: $\vec{OC} = \frac{a}{5}\hat{i} + \frac{a}{5}\hat{j}$

$\therefore$ $\vec{OC}$ द्वारा x-अक्ष से बनाया गया कोण

$$= \tan^{-1}\frac{y}{x} = \tan^{-1}\left(\frac{a/5}{a/5}\right) = 45^\circ$$

12. चूँकि छड़ x-अक्ष के अनुदिश है, इस पर स्थित सभी बिन्दुओं के लिये y तथा z शून्य होंगे—

$\therefore$ $Y_{CM} = 0$ तथा $Z_{CM} = 0$



अर्थात् , द्रव्यमान केन्द्र छड़ पर स्थित होगा। अब मूल बिन्दु से x दूरी पर स्थित छड़ के एक अल्पांश पर विचार कीजिये जिसकी लम्बाई dx है, तब $dm = \lambda dx = (A + Bx)\,dx$

इसलिये,

$$X_{CM} = \frac{\int_0^L x\,dm}{\int_0^L dm} = \frac{\int_0^L x(A+Bx)\,dx}{\int_0^L (A+Bx)\,dx} = \frac{\frac{AL^2}{2} + \frac{BL^3}{3}}{AL + \frac{BL^2}{2}}$$

$$= \frac{L(3A + 2BL)}{3(2A + BL)}$$

[**नोट**–उपरोक्त प्रश्न में,

(i) यदि छड़ एकसमान घनत्व की है, तब λ = नियतांक = A तथा $B = 0$

अत:, $X_{CM} = L/2$.

(ii) यदि छड़ का घनत्व x के साथ एक घातत: (linearly) परिवर्तित होता है, अर्थात् $\lambda = Bx$ तथा $A = 0$ तब $X_{CM} = 2L/3$]

13. द्रव्यमान केन्द्र की परिभाषा के अनुसार हम कल्पना कर सकते हैं कि $(1+2+3)$ किग्रा का एक कण बिन्दु $(1, 2, 3)$ पर स्थित है तथा $(3+2)$ किग्रा का एक अन्य कण बिन्दु $(-1, 3, -2)$ पर स्थित है। मान लीजिये कि 5 किग्रा का तीसरा कण (x_3, y_3, z_3) पर स्थित है। अत:

$m_1 = 6$ किग्रा; $(x_1, y_1, z_1) = (1, 2, 3)$

$m_2 = 5$ किग्रा; $(x_2, y_2, z_2) = (-1, 3, -2)$

$m_3 = 5$ किग्रा; $(x_3, y_3, z_3) = ?$

दिया है कि $(X_{CM}, Y_{CM}, Z_{CM}) = (1, 2, 3)$

अब $X_{CM} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3}{m_1 + m_2 + m_3}$

या $1 = \frac{6\times 1 + 5\times(-1) + 5x_3}{6+5+5}$

$\therefore$ $x_3 = 3$

$Y_{CM} = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + m_3 y_3}{m_1 + m_2 + m_3}$

या $2 = \frac{6\times 2 + 5\times 3 + 5y_3}{6+5+5}$

$\therefore$ $y_3 = 1$

$Z_{CM} = \frac{m_1 z_1 + m_2 z_2 + m_3 z_3}{m_1 + m_2 + m_3}$

या $3 = \frac{6\times 3 + 5(-2) + 5z_3}{16}$

$\therefore$ $z_3 = 8$

$\therefore$ $(x_3, y_3, z_3) = (3, 1, 8)$

14. दिया है कि, $m_1 = 2$ किग्रा, $\vec{r_1} = -2\hat{i}$, $m_2 = 2$ किग्रा; $\vec{r_2} = -3\hat{j}$, $m_3 = 2$ किग्रा; $\vec{r_3} = \hat{k}$

$$\therefore \quad \vec{r}_{CM} = \frac{m_1\vec{r_1} + m_2\vec{r_2} + m_3\vec{r_3}}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$= \frac{2(-2\hat{i}) + 2(-3\hat{j}) + 2(\hat{k})}{6} = \frac{-2\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}}{3}$$

$$\therefore \quad |\vec{r}_{CM}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = \sqrt{\frac{4}{9} + \frac{9}{9} + \frac{1}{9}} = \sqrt{\frac{14}{9}}$$

$$\therefore |\vec{r}_{CM}|^2 = \frac{14}{9} = 1.55 \text{ मी}^2$$

15. हम जानते हैं कि एक वर्गाकार तश्तरी के लिये द्रव्यमान केन्द्र विकर्णों के प्रतिच्छेद बिन्दु पर स्थित होता है। हम यह भी जानते हैं कि किसी वर्ग के दोनों विकर्ण एक-दूसरे को समद्विभाजित (bisect) करते हैं।

अत: द्रव्यमान केन्द्र के निर्देशांक

$$= \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right) = \left(\frac{-2+2}{2}, \frac{0+2}{2}\right)$$

$$= (0, 1)$$

16. तीनों शीर्षों के निर्देशांक इस प्रकार हैं—

$A: (1, 3)$, $B: (2, 4)$, $C: (x_3, y_3)$

हम जानते हैं कि किसी त्रिभुज का द्रव्यमान केन्द्र उसके केन्द्रक (centroid) पर स्थित होता है।

$$\therefore \quad (X_{CM}, Y_{CM}) = \left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}\right)$$

$$= \left(\frac{1 + 2 + x_3}{3}, \frac{3 - 4 + y_3}{3}\right)$$

दिया है; $(X_{CM}, Y_{CM}) = (0, 0)$

$\therefore$ $\frac{3 + x_3}{3} = 0$ या $x_3 = -3$

तथा $\frac{-1 + y_3}{3} = 0$ या $y_3 = 1$

अत: $(x_3, y_3) = (-3, 1)$

17. वर्ग के कोनों के निर्देशांक $(0, 0)$, $(2, 0)$, $(2, 2)$ तथा $(0, 2)$ हैं। अत:

$$x_{CM} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3 + m_4 x_4}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4}$$

$$= \frac{2\times 0 + 3\times 2 + 5\times 2 + 8\times 0}{2+3+5+8} = \frac{16}{18} = \frac{8}{9} \text{ मीटर}$$

$$y_{CM} = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + m_3 y_3 + m_4 y_4}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4}$$

$$= \frac{2\times 0 + 3\times 0 + 5\times 2 + 8\times 2}{2+3+5+8} = \frac{26}{18} = \frac{13}{9} \text{ मीटर}$$

$\therefore$ द्रव्यमान केन्द्र के निर्देशांक $= \left(\frac{8}{9}, \frac{13}{9}\right)$

18. अलग की गयी डिस्क का द्रव्यमान $= \frac{M}{\pi R^2} \times \pi\left(\frac{R}{2}\right)^2 = \frac{M}{4}$

शेष द्रव्यमान $= M - \frac{M}{4} = \frac{3M}{4}$

माना कि निर्देशांक तन्त्र का मूल बिन्दु सम्पूर्ण डिस्क के द्रव्यमान केन्द्र पर स्थित (coincide) है। अब, हम जानते हैं कि,

$$X_{CM} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$$

X_{CM}, शून्य होगा जब, $m_2 x_2 = - m_1 x_1$

$\therefore \quad x_2 = -\frac{m_1}{m_2} x_1$

यहाँ $m_1 = \frac{M}{4}$, $x_1 = \frac{R}{2}$ तथा $m_2 = \frac{3M}{4}$ (शेष द्रव्यमान)

अत: $x_2 = -\frac{M/4}{3M/4}\frac{R}{2} = -\frac{R}{6}$

अर्थात्, केन्द्र से $\frac{R}{6}$ की दूरी पर (बाँयी ओर)

19. अलग की गयी डिस्क का द्रव्यमान $= \frac{M}{\pi(28)^2} \times \pi(21)^2 = \frac{9M}{16}$

शेष द्रव्यमान $= \frac{7M}{16}$

उपरोक्त प्रश्न में अनुसरण की गई विधि का प्रयोग करते हुये,

$$\frac{7M}{16} \times OO_2 = \frac{9M}{16} \times OO_1$$

चूँकि $OO_1 = (28 - 21) = 7$ सेमी, अत: $OO_2 = \frac{9}{7} \times 7 = 9$ सेमी

20. माना कि a त्रिज्या की वृत्ताकार डिस्क b त्रिज्या के वृत्ताकार भाग तथा शेष भाग से मिलकर बनी है। इसके अतिरिक्त, माना कि केन्द्र O तथा O_1 को जोड़ने वाली सममिती रेखा (line of symmetry) x-अक्ष है तथा O मूल बिन्दु है। a त्रिज्या की डिस्क का द्रव्यमान केन्द्र इस प्रकार है—

$$X_{CM} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2} \qquad \ldots(1)$$

जबकि Y_{CM} तथा Z_{CM} शून्य होंगे (चूँकि x-अक्ष पर स्थित सभी बिन्दुओं के लिये, y तथा $z = 0$)

यदि डिस्क के पदार्थ का घनत्व σ है, तब

$m_1 = \pi b^2 \sigma$ तथा $x_1 = c$; $m_2 = \pi(a^2 - b^2)\sigma$ तथा $x_2 = ?$

$M = (m_1 + m_2) = \pi a^2 \sigma$ तथा $X_{CM} = 0$

समीकरण (1) से,

$$0 = \frac{\pi b^2 \sigma (c) + \pi (a^2 - b^2)\sigma x_2}{\pi a^2 \sigma}$$

$$\therefore \quad x_2 = \frac{-cb^2}{(a^2 - b^2)}$$

अर्थात्, शेष भाग का द्रव्यमान केन्द्र (माना O_2) ; O तथा O_1 को जोड़ने वाली रेखा पर O से बायीं ओर $cb^2/(a^2 - b^2)$ की दूरी पर स्थित है।

21. माना कि सीसा धातु का घनत्व ρ है।

तब $M = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho$ = पूर्ण गोले का द्रव्यमान

$m_1 = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{R}{2}\right)^3 \rho$ = अलग किये गये भाग का द्रव्यमान $= \frac{M}{8}$

$m_2 = M - \frac{M}{8} = \frac{7M}{8}$ = शेष भाग का द्रव्यमान

बड़े गोले के द्रव्यमान केन्द्र को मूल बिन्दु मान लेने पर,

$$X_{CM} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$$

या $$0 = \frac{\frac{M}{8} \times \frac{R}{2} + \frac{7M}{8} \times x_2}{M}$$

हल करने पर प्राप्त होता है, $x_2 = -\frac{R}{14}$.

अर्थात् खोखले गोले का द्रव्यमान केन्द्र O के बायीं ओर $R/14$ दूरी पर होगा, अर्थात्, द्रव्यमान केन्द्र में हुआ विस्थापन $= R/14$

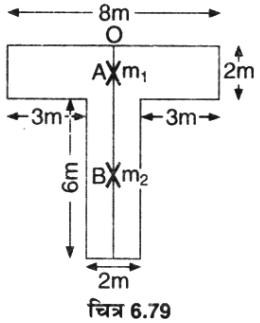
22. A व B को एक ही निकाय की दो वस्तुएँ मान लेने पर,

$m_1 = l \times b \times \sigma$

$= 8 \times 2 \times \sigma = 16\sigma$

$m_2 = l \times b \times \sigma$

$= 6 \times 2 \times \sigma = 12\sigma$



चित्र 6.79

O को मूल बिन्दु चुन लेने पर,

$x_1 = 1$ मीटर,

$x_2 = 2 + 3 = 5$ मीटर

$\therefore X_{CM} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$

$= \frac{16\sigma \times 1 + 12\sigma \times 5}{16\sigma + 12\sigma} = \frac{19}{7}$

$= 2.7$ मी (O से)

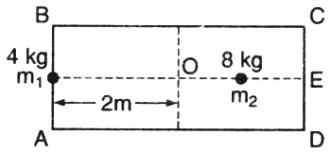
23. यहाँ $m_1 = 4$ किग्रा ;

$x_1 = 2$ मीटर

$m_2 = 8$ किग्रा ;

$x_2 = ?$

$X_{CM} = 0$



चित्र 6.80

$\therefore \quad X_{CM} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$

या $$0 = \frac{4 \times 2 + 8 \times x_2}{4 + 8}$$

$\therefore \quad x_2 = -\frac{8}{8} = -1$ मीटर

$\therefore m_2$ (= 8 किग्रा) को DE पर O से 1 मीटर दूर रखना चाहिये।

24. यदि शंकु का घनत्व ρ है, तब इसका द्रव्यमान होगा,

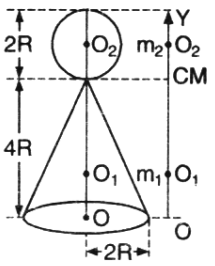
$m_1 = \frac{1}{3}\pi(2R)^2 (4R)\rho$

$= \frac{16}{3}\pi R^3 \rho$

तथा इसके द्रव्यमान केन्द्र की ऊँचाई होगी,

$\frac{h}{4} = \frac{4R}{4} = R$ (सममिती रेखा पर O से)

अर्थात्, $y_1 = R$



चित्र 6.81

इसी प्रकार, गोले का द्रव्यमान

$m_2 = \frac{4}{3}\pi R^3 (12\rho)$

$= 16\pi R^3 \rho = 3 m_1$

तथा इसका द्रव्यमान केन्द्र इसके केन्द्र O_2 पर होगा, अर्थात्

$y_2 = 4R + R = 5R$ (O से)

अब, गोले तथा शंकु को बिन्दु द्रव्यमान के रूप में विचारने पर तथा यह मानते हुये कि उनके द्रव्यमान क्रमश: उनके द्रव्यमान केन्द्रों पर केन्द्रित हैं तथा सममिती रेखा को O मूल बिन्दु के साथ, y-अक्ष मानते हुये खिलौने पर द्रव्यमान केन्द्र इस प्रकार है—

$$Y_{CM} = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2}{m_1 + m_2} = \frac{m_1 \times R + 3 m_1 \times 5R}{m_1 + 3 m_1} = 4R$$

अर्थात् , खिलौने का द्रव्यमान केन्द्र सममिती रेखा पर O से $4R$ की दूरी पर स्थित है, अर्थात् , शंकु के शीर्ष (apex) पर।

25. द्रव्यमान केन्द्र की समीकरण के अनुसार, $M\vec{a}_{CM} = \vec{F}_{बाह्य}$

यदि $\vec{F}_{बाह्य} = 0$, तब $\vec{a}_{CM} = 0$

अर्थात् , $\vec{v}_{CM}$ = नियतांक

अर्थात् , किसी निकाय पर यदि कोई बाह्य बल आरोपित नहीं है (या निकाय पर क्रियाशील परिणामी बाह्य बल शून्य है) तो इसके द्रव्यमान केन्द्र का वेग अचर रहता है (अर्थात् , द्रव्यमान केन्द्र का वेग आन्तरिक बलों से प्रभावमुक्त रहता है)। अत: निकाय की गतिज ऊर्जा तथा संवेग भी अचर रहते हैं।

इसलिये, यदि किसी निकाय का द्रव्यमान केन्द्र विरामावस्था में है (अथवा एकसमान गति की अवस्था में है) तो यह तब तक विरामावस्था (अथवा एकसमान गति की अवस्था) में रहेगा जब तक कि इस पर कोई बाह्य बल न लगाया जाये। इस प्रकार यदि $\vec{F}_{बाह्य} = 0$ तो यह सम्भव है कि द्रव्यमान केन्द्र की स्थिति नियत दर से परिवर्तित हो जाये।

26. जैसा कि उपरोक्त प्रश्न 25 में विचार किया गया, यदि $\vec{F}_{बाह्य} = 0$, तो निकाय के द्रव्यमान केन्द्र का वेग अचर रहता है तथा यह आन्तरिक बलों से प्रभावित नहीं होता चाहे उनकी क्रिया-दिशा कोई भी हो।

27. दोनों वस्तुएँ अपने उभयनिष्ठ द्रव्यमान केन्द्र की ओर गति करेंगी, परन्तु द्रव्यमान केन्द्र की स्थिति अपरिवर्तित रहेगी, अर्थात् , द्रव्यमान केन्द्र A तथा B दोनों के सापेक्ष विराम अवस्था में रहता है।

28. प्रारम्भ में दोनों कण विरामावस्था में हैं, इसलिये द्रव्यमान केन्द्र का वेग

$$\vec{v}_{CM} = \frac{m_1 \times 0 + m_2 \times 0}{m_1 + m_2} = 0$$

चूँकि यहाँ $\vec{F}_{बाह्य} = 0$, इसलिये $\vec{v}_{CM}$ = नियतांक

अर्थात् , $\frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2} = 0$ (सभी क्षणों पर)

या $m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = 0$ या $m_1\frac{\Delta\vec{r}_1}{\Delta t} + m_2\frac{\Delta\vec{r}_2}{\Delta t} = 0$

या $m_1\Delta\vec{r}_1 + m_2\Delta\vec{r}_2 = 0$ $(\because \Delta t \neq \infty)$

या $m_1\vec{d}_1 + m_2\vec{d}_2 = 0$ (जहाँ $\Delta\vec{r} = \vec{d}$)

या $m_1 d_1 - m_2 d_2 = 0$ ($\because \vec{d}_2$ की दिशा $\vec{d}_1$ के विपरीत है)

या $m_1 d_1 = m_2 d_2$

परन्तु दिया है कि, $d_1 + d_2 = d$, इसलिये

$$d_1 = \frac{m_2 d}{m_1 + m_2} \text{ तथा } d_2 = \frac{m_1 d}{m_1 + m_2}$$

अब चूँकि d_1 तथा d_2 क्रमश: m_1 तथा m_2 के सापेक्ष द्रव्यमान केन्द्र की स्थिति को निरूपित करते हैं। इसलिये कण निकाय के द्रव्यमान केन्द्र पर टकरायेंगे।

29. जैसा कि प्रश्न 28 में देखा गया कि दोनों कण उनके द्रव्यमान केन्द्र पर मिलेंगे।

∴ 8 किग्रा द्रव्यमान से द्रव्यमान केन्द्र की दूरी

$$= \frac{8\times 0 + 4\times 12}{8+4} = 4 \text{ मीटर}$$

31. द्रव्यमान केन्द्र निर्देश तन्त्र वह है जिसमें द्रव्यमान केन्द्र विरामावस्था में होता है। धक्का लगने के तुरन्त बाद भारी द्रव्यमान का इस निर्देश तन्त्र में वेग है—

$$v_1' = v_1 - V_{CM} = 14 - 10 = 4 \text{ मी/से}$$

तथा हल्के द्रव्यमान का वेग,

$$v_2' = v_2 - V_{CM} = 0 - 10 = -10 \text{ मी/से}$$

32. दिया है कि निकाय प्रारम्भत: विरामावस्था में है,

अर्थात् , $\vec{V}_{CM} = 0$

∴ $\frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2} = 0$ या $m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = 0$

या $m_1\frac{\Delta\vec{r}_1}{\Delta t} + m_2\frac{\Delta\vec{r}_2}{\Delta t} = 0$

या $m_1\Delta\vec{r}_1 + m_2\Delta\vec{r}_2 = 0$

अब यहाँ, नाव व्यक्ति निकाय में यदि व्यक्ति दायीं ओर गति करता है तो नाव बायीं ओर गति करती है।

∴ $m_1\Delta r_1 = m_2\Delta r_2$ ...(1)

($\because \Delta r_1$, Δr_2 के विपरीत है)

यदि, तट के सापेक्ष नाव का विस्थापन Δr_2 है, तब तट के सापेक्ष व्यक्ति का विस्थापन $(9 - \Delta r_2)$ होगा।

अर्थात् , $\Delta r_1 = 9 - \Delta r_2$ ...(2)

समीकरण (1) व (2) से, $m_1(9 - \Delta r_2) = m_2\Delta r_2$

या $100(9 - \Delta r_2) = 500\,\Delta r_2$ या $\Delta r_2 = \frac{100\times 9}{600} = 1.5$ मीटर

अर्थात् , नाव व्यक्ति के विस्थापन की दिशा के विपरीत तट के सापेक्ष 1.5 मीटर विस्थापित होती है।

33. दिया है कि प्रारम्भ में निकाय विरामावस्था में है, इसलिये $\vec{V}_{CM} = 0$

अब चूँकि कुत्ते द्वारा गति करने में निकाय पर कोई बाह्य बल नहीं लगता है, अत:

$$\vec{V}_{CM} = \text{नियतांक} = 0$$

अर्थात् , $\frac{m\vec{v}_1 + M\vec{v}_2}{m + M} = 0$ या $m\vec{v}_1 + M\vec{v}_2 = 0$

[चूँकि $(m + M)$ = परिमित (finite)]

या $m\frac{\Delta\vec{r}_1}{\Delta t} + M\frac{\Delta\vec{r}_2}{\Delta t} = 0$ या $m\Delta\vec{r}_1 + M\Delta\vec{r}_2 = 0$

या $m\vec{d}_1 + M\vec{d}_2 = 0$ [चूँकि $\Delta\vec{r} = \vec{d}$ = विस्थापन]

या $md_1 - Md_2 = 0$ [चूँकि $\vec{d}_2$, $\vec{d}_1$ के विपरीत है]

या $md_1 = Md_2$ ...(1)

अब, जब कुत्ता नाव के सापेक्ष तट की ओर 4 मी चलता है, तो नाव कुत्ते के विस्थापन के विपरीत तट के सापेक्ष d_2 दूरी खिसक जायेगी। इसलिये, तट के सापेक्ष (तट की ओर) कुत्ते का विस्थापन होगा—

$$d_1 = 4 - d_2 \quad \ldots(2)$$

(अर्थात् , $d_1 + d_2 = d_{\text{आपेक्षिक}} = 4$)

समीकरण (2) से d_2 का मान समीकरण (1) में रखने पर,

$$md_1 = M(4 - d_1)$$

या $d_1 = \frac{M\times 4}{m + M} = \frac{20\times 4}{5 + 20} = 3.2$ मीटर

चूँकि प्रारम्भ में कुत्ता तट से 10 मीटर की दूरी पर था इसलिये अब वह तट से $(10 - 3.2) = 6.8$ मीटर की दूरी पर होगा।

34. दिया है कि प्रारम्भ में निकाय विरामावस्था में है, अर्थात् $\vec{V}_{CM} = 0$

इसलिये, $\vec{V}_{CM} = 0$

अर्थात् , $\frac{m\vec{v} + M\vec{V}}{m + M} = 0$

या $m\vec{v} + M\vec{V} = 0$ $[\because (m+M) = \text{परिमित}]$

अर्थात् $M\vec{V} = -m\vec{v}$ ...(1)

इसके साथ-साथ, यहाँ यह भी दिया है कि,

$$\vec{v}_{\text{आपेक्षिक}} = \vec{v} - \vec{V} \quad \ldots(2)$$

समीकरण (2) से $\vec{v}$ का मान समीकरण (1) में रखने पर प्राप्त करते हैं—

$$M\vec{V} = -m(\vec{v}_{\text{आपेक्षिक}} + \vec{V})$$

या $$\vec{V} = -\frac{mv_{\text{आपेक्षिक}}}{(m+M)} \quad \ldots(3)$$

यह स्पष्ट है कि गुब्बारे की गति की दिशा, व्यक्ति के ऊपर चढ़ने ($\vec{v}_{\text{आपेक्षिक}}$) की दिशा के विपरीत है, अर्थात्, ऊर्ध्वाधरत: नीचे की ओर।

35. प्रश्न 34 में, समीकरण (1) से हमें प्राप्त होता है—

$$m\vec{v} + M\vec{V} = 0 \text{ या } m\frac{\Delta\vec{r}_1}{\Delta t} + M\frac{\Delta\vec{r}_2}{\Delta t} = 0$$

या $m\Delta\vec{r}_1 + M\Delta\vec{r}_2 = 0$ या $m\vec{d}_1 + M\vec{d}_2 = 0$

$[\because \Delta\vec{r} = \vec{d}]$

या $md_1 - Md_2 = 0$ या $md_1 = Md_2$ ...(4)

अब जैसे ही व्यक्ति गुब्बारे की ओर (गुब्बारे के सापेक्ष) L दूरी चढ़ता है तो गुब्बारा भूमि के सापेक्ष d_2 दूरी नीचे की ओर आ जायेगा। इस प्रकार भूमि के सापेक्ष व्यक्ति का ऊर्ध्वमुखी विस्थापन होगा

$d_1 = L - d_2$ (अर्थात्, $d_1 + d_2 = L$) ...(5)

समीकरण (5) से d_1 का मान समीकरण (4) में रखने पर प्राप्त होता है

$$m(L - d_2) = Md_2, \text{ अर्थात्, } d_2 = \frac{mL}{m+M} \quad \ldots(6)$$

अर्थात्, जब व्यक्ति गुब्बारे के सापेक्ष L दूरी ऊपर चढ़ता है तो गुब्बारा भूमि के सापेक्ष $mL/m+M$ दूरी नीचे आ जायेगा।

36. जब व्यक्ति ऊपर चढ़ना बन्द कर देता है, तो $\vec{v}_{\text{आपेक्षिक}} = 0$

इस प्रकार प्रश्न 34 की समीकरण (3) से $\vec{V} = 0$, अर्थात्, गुब्बारा भी नीचे उतरना बन्द कर देगा तथा भूमि के सापेक्ष स्थिर हो जायेगा।

37. प्रश्न 28 का सन्दर्भ लें। दोनों कण उनके द्रव्यमान केन्द्र पर टकराते हैं।

$\therefore$ P से द्रव्यमान केन्द्र की दूरी

$$= \frac{0.1\times 0 + 0.3\times 1}{0.1+0.3} = 0.75 \text{ मीटर}$$

38. P पर विचार करें—

$$s_1 = \frac{1}{2}a_1t^2$$

या $$0.75 = \frac{1}{2}\frac{F}{m_1}t^2 = \frac{1}{2}\times\frac{10^{-2}}{0.1}\times t^2$$

$\therefore$ $t = \sqrt{15}$ सेकण्ड

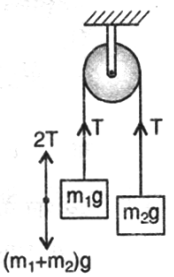
39. पारस्परिक आकर्षण के अन्तर्गत द्रव्यमान केन्द्र विराम में रहता है। अर्थात् वेग शून्य है।

40. द्रव्यमान केन्द्र की समीकरण है—

$$M\vec{a}_{CM} = \vec{F}_{\text{बाह्य}}$$

और चूँकि क्षैतिज दिशा में कोई बाह्य बल क्रियारत नहीं है इसलिये क्षैतिज दिशा में निकाय का द्रव्यमान केन्द्र परिवर्तित नहीं होता है।

द्रव्यमान केन्द्र की ऊर्ध्वाधर गति के लिये,



$$(a_{CM})_y = \frac{F_{\text{बाह्य}}}{M} = \frac{(m_1+m_2)g - 2T}{(m_1+m_2)} \quad \ldots(1)$$

इसके अतिरिक्त

$$a_{CM} = \frac{m_1a_1 + m_2a_2}{m_1+m_2}$$

$$= \frac{m_1 - m_2}{m_1+m_2}a \quad \left[\because \vec{a}_1 = a \text{ तथा } \vec{a}_2 = -a\right]$$

$$= \left(\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}\right)^2 g \quad \left[\because a = \frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}g\right]$$

किन्तु दोनों गुटकों की गति की समीकरण है—

$$m_1g - T = m_1a$$

$$T - m_2g = m_2a$$

a को विलुप्त (eliminate) करने पर, प्राप्त होता है

$$T = \frac{2m_1m_2}{m_1+m_2}\cdot g \quad \ldots(2)$$

समीकरण (2) को समीकरण (1) में रखने पर,

$$(a_{CM})_y = \frac{(m_1+m_2)^2 - 4m_1m_2}{(m_1+m_2)^2}g = \left[\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}\right]^2 g$$

[**नोट**–यह स्पष्ट है कि m_1 अथवा m_2 में से चाहे कोई भी अधिक भारी हो, द्रव्यमान केन्द्र का त्वरण सदैव ऊर्ध्वाधरत: नीचे की ओर दिष्ट है।]

41. कण A पर बल F_A इस प्रकार है—

$$F_A = m_Aa_A = \frac{m_Av}{t} \quad \ldots(1)$$

इसी प्रकार $$F_B = m_Ba_B = \frac{m_B\times 2v}{t} \quad \ldots(2)$$

अब, $$\frac{m_Av}{t} = \frac{m_B\times 2v}{t} \quad [\because F_A = F_B]$$

इसलिये $m_A = 2m_B$

अत:, निकाय के द्रव्यमान केन्द्र की चाल है

$$V_{CM} = \frac{m_Av_A + m_Bv_B}{m_A+m_B} = \frac{2m_Bv - m_B2v}{2m_B+m_B} = 0$$

42. यहाँ, निकाय का द्रव्यमान केन्द्र अपरिवर्तित रहता है। जब द्रव्यमान m द्वारा तय की गयी दूरी $L\cos\theta$ है। माना द्रव्यमान $(m+M)$ पीछे की ओर x दूरी तय करता है।

$\therefore$ $(M+m)x - mL\cos\theta = 0$

$\therefore$ $x = mL\cos\theta/(m+M)$

43. भूमि से टकराने से पहले द्रव्यमान केन्द्र द्वारा तय की गयी दूरी

$$= R = \frac{u^2\sin 2\theta}{g}$$

(चूँकि विस्फोट के बलों के कारण द्रव्यमान केन्द्र का पथ परिवर्तित नहीं होता है।)

44. चूँकि P स्वतन्त्रतापूर्वक गिरती हुई वस्तु है। यह ऊर्ध्वाधरत: नीचे की ओर भूमि से टकराती है, अर्थात् प्रारम्भिक बिन्दु से $R/2$ की दूरी पर। चूँकि द्रव्यमान केन्द्र प्रारम्भिक बिन्दु से R दूरी पर भूमि से टकराता है, तब—

$$X_{CM} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2}{m_1+m_2}$$

$$\therefore R = \frac{\frac{m}{2}\times\frac{R}{2} + \frac{m}{2}\times x_2}{m} \text{ या } x_2 = 2R - \frac{R}{2} = \frac{3R}{2}$$

45. द्रव्यमान केन्द्र की गति उस वस्तु की स्थानान्तरीय गति के समरूप है जिसे हवा में फेंका गया है।

$u_x = u\cos\theta = \frac{10}{\sqrt{2}}$ मी/से तथा $u_y = u\sin\theta = \frac{10}{\sqrt{2}}$ मी/से

$v_x = \frac{10}{\sqrt{2}}$ मी/से ($\because$ क्षैतिज वेग में कोई परिवर्तन नहीं है)

$$v_y^2 - u_y^2 = 2(-g)(h)$$

या $$v_y^2 = u_y^2 - 2gh = \frac{100}{2} - 2\times 10\times 1 = 30$$

∴ द्रव्यमान केन्द्र का शुद्ध (net) वेग

$$= \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{\frac{100}{2} + 30} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5} \text{ मी/से}$$

CHEMISTRY

46. (*d*) उत्पादन की मानक ऐन्थैल्पी की परिभाषा के अनुसार, $H_2O(l)$ की उत्पादन की मानक ऐन्थैल्पी निम्न रसायनिक समीकरण के द्वारा ज्ञात करते हैं

$$H_2(g) + \frac{1}{2}O_2(g) \longrightarrow H_2O(l)$$

या $H_2O(l)$ की मानक उत्पादन की ऐन्थैल्पी $\frac{1}{2}\Delta_r H^\ominus$ होगी

अतः $\Delta_f H^\ominus_{H_2O}(l) = \frac{1}{2}\times\Delta_r H^\ominus = \frac{-572 \text{ किलोजूल/मोल}^{-1}}{2}$

$= -286$ किलोजूल प्रति मोल

47. (*c*) मानक उत्पादन की ऊष्मा मेथेन गैस के लिये निम्न समीकरण के अनुसार होगी।

$$C(\text{ग्रेफाइट}) + 2H_2(g) \longrightarrow CH_4(g)$$

क्योंकि तत्व अपनी मानक अवस्था में लिये गये हैं।

48. (*c*) $CH_4(g) + 2O_2(g) \longrightarrow CO_2(g) + 2H_2O(l)$

$\Delta n_g = (n_p - n_r) = 1-3 = -2$

$\Delta H° = \Delta U° + \Delta n_g RT$

$\Delta H° = -X - 2RT$

अतः $\Delta H° < \Delta U°$

49. (*b*) $A \longrightarrow B, \Delta H = +24$ किलोजूल/मोल

⇒ $H_B - H_A = +24$ ...(i)

$B \to C,\ \Delta H = -18$ किलोजूल/मोल

⇒ $H_C - H_B = -18$ ...(ii)

या $H_B - H_C = +18$

समीकरण (i) तथा (ii) से

$H_C - H_A = 6 \quad \therefore \quad H_B > H_C > H_A$

50. (*b*) ग्रेफाइट की आणविक ऐन्थैल्पी परिवर्तन, ΔH = 1ग्राम ग्रेफाइट की दहन ऐन्थैल्पी × ग्रेफाइट का अणुभार

$\Delta H = -20\times 7$ किलोजूल / ग्राम ×12 ग्राम मोल$^{-1}$

$= 2.48\times 10^2$ किलोजूल मोल$^{-1}$

ऋणात्मक चिन्ह ऊष्माक्षेपी क्रिया को प्रदर्शित करता है।

51. (*d*) अन्तिम ऐन्थैल्पी परिवर्तन, ΔH का मान चक्रीय प्रक्रम के लिये सदैव शून्य होता है क्योंकि ऐन्थैल्पी परिवर्तन अवस्था फलन होती है।

52. (*a*)

53. (*a*) $\Delta H = \Delta E + \Delta n_g RT$

क्योंकि $\Delta n_g = 2-4 = -2$

अतः $\Delta H = \Delta E - 2RT$

54. (*c*) $C_6H_6(g) + \frac{15}{2}O_2(g) \longrightarrow 6CO_2(g) + 3H_2O(g)$

$$\Delta n = 6+3-1-\frac{15}{2} = +0.5$$

55. (*c*) अवशोषित ऊर्जा $\propto \frac{1}{\text{यौगिक का स्थायित्व}}$

मुक्त ऊर्जा ∝ यौगिक का स्थायित्व

अतः स्थायित्व का क्रम है $142.2 > 25.9 > -46.2 > -393.2$

अर्थात् $O_3 > HI > NH_3 > CO_2$

56. (*c*) $\Delta H = nC_P\Delta T$

प्रक्रम ऊष्मा समतापी है अतः $\Delta G = 0, \Delta H = 0$

57. (*d*)

58. (*d*) कार्बन के दहन की क्रिया निम्न प्रकार है

$C(s) + O_2(g) \longrightarrow CO_2(g); \Delta H = -393.5$ किलोजूल मोल$^{-1}$

12 ग्राम 32 ग्राम 44 ग्राम

अतः 44 ग्राम CO_2 में उत्पादन की ऊष्मा = 393.5 किलोजूल मोल$^{-1}$

अतः 35.2 ग्राम CO_2 में उत्पादन की ऊष्मा

$= \frac{393.5 \text{ किलोजूल} \times 35.2 \text{ ग्राम}}{44 \text{ ग्राम}} = 314.8$ किलोजूल

59. (*c*)

60. (*b*) 0.5 मोल $HNO_3 \equiv 0.5$ मोल H^+ तथा 0.3 मोल OH^-

$0.5H^+(aq) + 0.3OH^-(aq) \longrightarrow 0.5H_2O(l)$

$\Delta H = 0.3\times 57.1 = 17.13$ किलोजूल

61. (*d*) समी (ii) – (i) से C(ग्रेफाइट) ⟶ C (हीरा)

$\Delta H = -393.4 - (-395.3) = +1.9$

62. (*b*) समीकरण के लिये,

$H_2 + S + 2O_2 \longrightarrow H_2SO_4$

समी (I) + (II) + (III) + (IV)

$\Delta H = -287.3 + (-298.2) + (-98.7) + (-130.2)$

$= -814.4$ किलोजूल

63. (*a*)

64. (*b*) $\Delta_r H^\ominus = H_2$ की बन्ध ऊर्जा $+ Br_2$ की बन्ध ऊर्जा

$-2\times$ बन्ध ऊर्जा HB

$= 435 + 192 - (2\times 368)$ किलोजूल मोल$^{-1}$

⇒ $\Delta_r H^\ominus = -109$ किलोजूल मोल$^{-1}$

65. (*a*) $q_p = \Delta H = -30.5$ किलोजूल मोल$^{-1}$

284 ग्राम CCl_4 के आवश्यक ऊष्मा

$= \frac{284 \text{ ग्राम}}{154 \text{ ग्राम मोल}^{-1}} \times 30.5$ किलोजूल मोल$^{-1}$ = 56.2 किलोजूल

66. (*d*)

67. (*d*) चूँकि 18.0 ग्राम H_2O = 1 मोल H_2O

1 मोल H_2O को वाष्प में बदलने के लिये ऐन्थैल्पी परिवर्तन

= 40.79 किलोजूल

2 मोल H_2O को वाष्प में बदलने के लिये $= 2\times 40.79$ किलोजूल

= 81.58 किलोजूल

अतः 100° सेन्टीग्रेड ताप तथा 1 बार दाब पर वाष्पन की मानक ऐन्थैल्पी

$\Delta_{\text{वाष्पन}} H° = +40.79$ किलोजूल मोल$^{-1}$

68. (*c*) उदासीनीकरण की ऊष्मा कम होगी – 57.33 किलोजूल प्रति मोल से क्योंकि इसमें ऊष्मा की कुछ मात्रा MgO को तोड़ने में खर्च होगी।

(चूँकि MgO एक दुर्बल क्षार है)

69. (*a*) $C(s) + \frac{1}{2}O_2(g) \longrightarrow CO_2(g); \quad \Delta H_1 = -26.4$

$C(s) + O_2(g) \longrightarrow CO(g); \quad \Delta H_2 = -96.0$

इस क्रिया में $CO + \frac{1}{2}O_2 \longrightarrow CO_2; \quad \Delta H_1 = ?$

$\Delta H = -94 - (-26.4) = -67.6$ किलोकैलोरी

70. (*a*) चूंकि प्रक्रम ऊष्माक्षेपी है, ऊष्मा उत्पन्न होती है अतः पानी का ताप बढ़ता है।

71. (*c*)

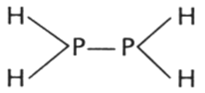
72. (b) बन्ध ऊर्जा C—H बन्ध की $= \frac{-166}{4} = -41.5$ किलोजूल प्रति मोल

73. (b)

74. (b) **पद I** P—H बन्ध की बन्ध ऊर्जा ज्ञात करने के लिये, चूँकि यह $PH_3(g)$ की वियोजन की ऊष्मा का $\frac{1}{3}$ गुना होता है अत:

$$= \frac{228}{3} = 76 \text{ किलोकैलोरी प्रति मोल}$$

पद II P_2H_4 की संरचना होगी



अत: इसमें P—H बन्ध है तथा एक P—P बन्ध है अत: कुल ऊर्जा $4 \times P—H + P—P$ बन्ध = वियोजन की ऊष्मा

P_2H_4 की P—P

बन्ध ऊर्जा $= 335 - 4(76) = 335 - 304$

$= 31$ किलोकैलोरी प्रति मोल

75. (b) CH_4 की आवश्यक मात्रा $= \frac{445.15 \times 16}{890.3} = 8$ ग्राम

76. (b) समीकरण के लिये,

$$B_2H_6(g) + 3O_2(g) \longrightarrow B_2O_3(g) + 3H_2O(g)$$

समी. (I) + (II) + (III) – (IV)

$$\Delta H = -1273 + 3(-286) + 3(44) - 36$$
$$= -1273 - 858 + 132 - 36$$
$$= -2035 \text{ किलोजूल प्रति मोल}$$

77. (a) दिया है, $2C + 3H_2 \longrightarrow C_2H_6; \quad \Delta H = -21.1$

$$C + O_2 \longrightarrow CO_2; \quad \Delta H = -94.1$$
$$H_2 + \frac{1}{2} O_2 \longrightarrow H_2O; \quad \Delta H = -68.3$$

समी. 2 (ii) + 3 (iii) – (i)

$$C_2H_6 + \frac{3}{2} O_2 \longrightarrow 2CO_2 + 3H_2O$$
$$\Delta x = 2(-94.1) + 3(-68.3) - (-21.1)$$
$$= -372 \text{ किलोकैलोरी}$$

78. (b) ΔH प्रति 1.6 ग्राम $= \frac{72 \times 1.6}{180} = 0.64$ किलोकैलारी

79. (a) वाष्पन की ऐन्ट्रॉपी $= \frac{\Delta H_{\text{वाष्पन}}}{\text{क्वथनांक}} = \frac{840}{173}$

80. (d)

81. (a) प्रति ग्राम जल की ऊष्माधारिता $= \frac{75}{18} = 4.17$ जूल

$$Q = mst = 100 \times 4.17 \times t = 1000$$
$$t = \frac{1000}{100 \times 4.17} = 2.4 \text{ केल्विन}$$

82. (b) विलगित तन्त्र के लिये $\Delta U = 0$; स्वत: स्फुर्त प्रक्रम के लिये एन्ट्रॉपी परिवर्तन सदैव धनात्मक होगा। उदाहरणस्वरूप यदि दो गैसें A व B एक बन्द बर्तन में आपस में मिलायी जाएँ अर्थात् यदि गैसें A व B को किसी घूमने वाले पर्दे से अलग करें तो पार्टीशन (पर्दा) हटाने पर गैसें आपस में मिलना शुरू करेंगी तथा तन्त्र अस्त व्यस्त हो जायेगा। यह प्रदर्शित करेगा $\Delta S > 0$ एवं $\Delta U = 0$। इस प्रक्रम के लिये

$$\Delta S = \frac{q_{\text{उत्क्रमणीय}}}{T} = \frac{\Delta H}{T} = \frac{\Delta U + p\Delta V}{T} = \frac{p\Delta V}{T} \quad (\because \Delta U = 0)$$

अर्थात् $T\Delta S$ या $\Delta S > 0$

83. (c) दी गई क्रिया में जब Cl_2 अणु दो गैसीय Cl परमाणुओं से बनता है तो बन्ध बनने में मुक्त ऊर्जा प्राप्त होती है। अत: ΔH = ऋणात्मक

इसमें ऐन्ट्रॉपी में कमी आती है क्योंकि क्लोरीन 2 परमाणु के ज्यादा अव्यवस्थित होते है क्लोरीन के एक अणु से I अत: ΔS = ऋणात्मक होगा।

84. (d) 1 मोल $H_2O(l)$ उत्पादन में एन्थैल्पी परिवर्तन

$$H_2(g) + \frac{1}{2} O_2(g) \longrightarrow H_2O(l);$$
$$\Delta_f H° = -286 \text{ किलोजूल मोल}^{-1}$$

उपरोक्त क्रिया में मुक्त ऊर्जा वातावरण द्वारा अवशोषित कर ली जाती है इसका अर्थ है $q_{\text{परिवेश}} = +286$ किलोजूल मोल$^{-1}$

$$\Delta S = \frac{q_{\text{परिवेश}}}{T} = + \frac{286 \text{ किलोजूल मोल}^{-1}}{298 \text{ केल्विन}}$$
$$= 0.9597 \text{ किलोजूल केल्विन}^{-1} \text{मोल}^{-1}$$
$$= 959.7 \text{ जूल केल्विन}^{-1} \text{मोल}^{-1}$$

85. (b) $H_2O(l)$ के सापेक्ष बर्फ की ऐन्ट्रॉपी कम होगी क्योंकि बर्फ में जल की अपेक्षा कम अव्यवस्था है।

86. (d) जल के लिये आणविक उष्माधारिता $C_p = 18 \times$ विशिष्ट ऊष्मा

कार्बन की विशिष्ट ऊष्मा $C = 4.18$ जूल ग्राम$^{-1}$ केल्विन$^{-1}$

ऊष्माधारिता, $C_p = 18 \times 4.18$ जूल केल्विन$^{-1}$ $= 75.3$ जूल केल्विन$^{-1}$

87. (c) 88. (d) 89. (d)

90. (c) गैसीय अवस्था में ऐन्ट्रॉपी बढ़ जाती है।